ROMÂNIA
MINISTERUL APĂRĂRII NAȚIONALE
ACADEMIA NAVALĂ "MIRCEA CEL BĂTRÂN", CONSTANȚA
FACULTATEA DE MARINĂ CIVILĂ
CONCURSUL DE ADMITERE – SESIUNEA IULIE 2011

APROB
PREȘEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE
Cdor. Conf. univ. dr. ing. Mihail PRICOP

SUBIECTE EXAMEN SCRIS LA MATEMATICĂ

1. a) Să se determine parametrii reali m şi n astfel încât ecuația

$$x^4 - x^3 - mx^2 - x + n = 0$$

să aibă rădăcina dublă $x = 1$ şi să se rezolve ecuația dată.

b) Să se determine valorile parametrului real a pentru care inegalitatea

$$1 + \log_5\left(x^2 + 1\right) \geq \log_5\left(ax^2 + 4x + a\right)$$

este adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

c) Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dată prin

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 1 \\ 2x - 1, & x < 1 \end{cases}$$

este surjectivă.

2. Fie M o mulțime cu n elemente, $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Considerând pe $n \geq 3$, să se afle câte submulțimi cu câte 3 elemente se pot forma din mulțimea M.

b) Să se arate că numărul submulțimilor mulțimii M este 2^n.

3. a) Să se calculeze $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x-2}\,dx$.

b) Să se determine $I = \int_0^2 x\ln(1+x)\,dx$.

c) Să se afle limita $L = \lim_{x \to 0} \frac{\int_0^x e^{t^2}\,dt}{x}$.

4) Fie $f_m(x) = x^2 - 2mx + 3m$, $m \in \mathbb{R}$, $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Se cere:

a) valorile nenule ale parametrului real m pentru care parabola asociată funcției f_m să fie tangentă axei Ox;

b) valorile parametrului real m pentru care valoarea minimă a funcției f_m este egală cu 2;

c) valorile parametrului real m astfel încât rădăcinile x_1, x_2 ale ecuației $f_m(x) = 0$ să reprezinte sinusul, respectiv cosinusul aceluiași arc.

5. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + (m-1)x + 1}$, cu m un parametru real.

a) Să se determine valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$.

b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care are loc egalitatea

$$3(x+1)f'(x) - 2f(x) = 0, \ \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

c) Să se arate că nu există asimptote la graficul funcției f.

6. Se consideră următoarele integrale $I = \int \frac{dx}{x^4+1}$ și $J = \int \frac{x^2}{x^4+1} dx$, $x \neq 0$.

a) Să se determine $I + J$.

b) Să se determine $J - I$.

OBSERVAȚII.

1. Enunțurile problemelor **nu** se copiază pe formularul de concurs.
2. Ordinea de rezolvare a problemelor este aleatorie.
3. Fiecare problemă este notată cu **1.5 puncte**. Se acordă **1 punct** din oficiu.
4. Timp de lucru **3 ore**.