TEST 5

1. Dacă x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + x + 1 = 0$ și $S_9 = x_1^9 + x_2^9$ atunci S_9 este:
   a) 2 ; b) -1 ; c) 1 ; d) -3 ; e) 3 ; f) -2.

2. Ecuația $x^2 + mx + m = 0$ are toate rădăcinile reale dacă:
   a) $m \in (-\infty, 0] \cup [4, \infty)$; b) $m \in (0,4)$; c) $m \in (-\infty, 0]$; d) $m \in [4, \infty)$;
   e) $m \in (-1,3)$; f) $m \in \emptyset$.

3. Ecuația $x^2 + mx + m + 1 = 0$ are ambele rădăcini pozitive dacă:
   a) $m \in [-1, 2 - 2\sqrt{2}]$; b) $m \in [2 + 2\sqrt{2}, \infty)$; c) $m \in (2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$;
   d) $m \in \left(1, 2 + \sqrt{2}\right)$; e) $m \in (2 - 2\sqrt{2}, 0)$; f) $m \in \emptyset$.

4. Fie $S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4$ atunci S_4 este:
   a) $\frac{n(n+1)(6n^3+9n^2-n-1)}{30}$; b) $\frac{n(n+1)(n^3-1)}{30}$; c) $\frac{n(n+1)(9n^2-1)}{30}$; d) $\frac{n^4(n+1)}{5}$;
   e) $\frac{n^4(n-1)}{6}$; f) $\frac{n^2(n+1)^2(2n+1)}{30}$.

5. Ecuația $x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1 = 0$ are rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4. Atunci:
   a) $x_1, x_2 < 0$; b) $x_1, x_2 > 0$; c) $x_1, x_2 > 0$; d) $x_1, x_2, x_3, x_4 < 0$;
   e) $x_i > 0$, i = 1,2,3,4 ; f) $x_i \in \mathbb{C}$, i = 1,2,3,4.

6. Fie $S = 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \cdots + 2^n \cdot C_n^n$. Atunci S este:
   a) $3^n - 1$; b) $3^n + 1$; c) 3^{n+1} ; d) 3^{n-1} ; e) $\frac{3^n-1}{2}$; f) $\frac{3^n+1}{2}$.

7. Dacă x_1, x_2, x_3, x_4 sunt rădăcinile ecuației $x^4 + x^2 + x + 1 = 0$ atunci

   $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 + x_2 & x_3 & x_4 & 1 \\ x_1 + x_3 & x_1 & x_3 & 1 \\ x_2 + x_3 & x_2 & x_3 & 1 \\ x_3 + x_4 & x_1 & x_1 & 1 \end{vmatrix}$ este:

   a) 0 ; b) 1 ; c) -1 ; d) 2 ; e) -2 ; f) 3 .

8. Fie sistemul $\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 2 \\ x + y + \alpha z = 3 \end{cases}$. Valorile lui α pentru care sistemul este compatibil determinat sunt:
   a) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; c) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$; d) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$; e) $\mathbb{R} \setminus \{5\}$;
   f) $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

9. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$. Valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care $A^n = 2^n \cdot I_2$ sunt:
   a) n = 12k ; b) n = 4k ; c) n = 3k ; d) n = 2k ; e) n = 2k+1 ; f) 6k+1.

10. Se consideră pe mulțimea numerelor reale legea de compoziție $x \circ y = xy + 2ax + by$. Relația dintre a și b pentru care legea este comutativă este:
    a) 2a = b ; b) a = 2b ; c) a = b ; d) 3a = b ; e) a = 3b ; f) 4a = b .

11. Se consideră pe $\mathbb{R}$ legea $x \circ y = axy + b(x+y) + c, \quad a,b,c \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Legea este asociativă dacă:

a) $b^2 - b - ac = 0$; b) $b^2 + b + ac = 0$; c) $b^2 + b - ac = 0$;
d) $b^2 - b + ac = 0$; e) $-b^2 + b - ac = 0$; f) $-b^2 - b + ac = 0$.

12. Fie $M = (2, \infty)$ și legea de compoziție $x \circ y = xy - 2(x+y) + a$. Mulțimea valorilor lui a pentru care M este parte stabilă față de legea de compoyiție este :

a) $[6, \infty)$; b) $[0, \infty)$; c) $[1, \infty)$; d) $[2, \infty)$; e) $[3, \infty)$; f) $[4, \infty)$.

13. Valoarea parametrului a pentru care $a^x \geq x+1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ este:

a) e; b) $\frac{1}{e}$; c) 2; d) 3; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{1}{3}$.

14. Fie $l = \lim_{x \to 0} (x^2 + x + 1 + f_{(x)}^{(4n)})^{\frac{1}{x}}$; $f(x) = \sin x$. Atunci l este:

a) e^2 ; b) $\frac{1}{e^2}$; c) e ; d) $\frac{1}{e}$; e) $\sqrt{e}$; f) $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

15. Fie $l = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\sqrt{k^2+n^2}}$. Atunci l este:

a) $\sqrt{2} - 1$; b) $\sqrt{2}$; c) -1 ; d) $\sqrt{2} + 1$; e) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; f) $\frac{1}{\sqrt{2}} + 1$.

16. Fie $F(x) = \int \frac{dx}{(x-1)(x-2)\dots(x-10)}$. Atunci $F(x)$ este :

a) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^k}{(k-1)!(10-k)!} \cdot \ln|x-k| + c$;
b) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(k-1)!(10-k)!} \cdot \ln|x-k| + c$; c) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k!} \cdot \ln|x-k| + c$;
d) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^k}{(10-k)!} \cdot \ln|x-k| + c$; e) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{\ln|x-k|}{k!} + c$;
f) $F(x) = \sum_{k=1}^{10} (10-k)! \cdot \ln|x-k| + c$.

17. Fie $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{sin^2 x}{2\dots sinx + cos^2 x} dx$. Atunci I este :

a) $\frac{1}{10}(\ln 12 - \frac{\pi}{2})$; b) $\frac{1}{10}(\ln 12 - \frac{\pi}{2})$; c) $\frac{1}{10}(\ln 3 - \frac{\pi}{2})$; d) $\frac{1}{10}(\ln 4 - \frac{\pi}{2})$;
e) $\ln 12 - \frac{\pi}{2}$; f) $\ln 12 + \frac{\pi}{2}$

18. Fie $f\colon \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \to R, f(x) = sinx\, ln(cosx)$ și A aria multimii cuprinsa între graficul functiei și axa Ox. Atunci A este:

a)$\frac{\sqrt{2}}{2} ln \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$; b)$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(ln \frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$; c)$\sqrt{2} \ln\left(\sqrt{2} + 1\right)$; d)$\frac{1}{2}\left(ln\sqrt{2} + 1\right)$;
e)$\sqrt{2} ln\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$; f)$\sqrt{2}\, ln\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1$.